Le bilinéaire dans le Top 6 depuis 1997.

Il est clair que les remarques qui suivent sont très subjectives et n'engagent que moi.

Le bilinéaire à ECRICOME depuis 1997.

Ecricome 1997 Ex. 1 Symétrie vectorielle orthogonale par rapport à une droite.

Un bon entraînement pour apprendre à manipuler les produits scalaires et les normes.

Ecricome 2000 Ex. 1 Matrice A de $\mathcal{M}_m(\mathbb{R})$ vérifiant ${}^tA = A^n$.

Exercice un peu plus ambitieux. À faire si l'on veut chercher.

Ecricome 2001 Ex. 2 Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Projection orthogonale dans $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$.

Classique et assez simple mais c'est du déjà vu non ?

Ecricome 2003 Ex. 2 Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Distance d'un élément de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ Au sous espace vectoriel $\mathcal{S}_n$ des matrices symétriques de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Classique mais faible et déjà vu non ?

Ecricome 2003 Problème Loi du χ_2.

On réduit une matrice symétrique. Problème intéressant mais l'algèbre bilinéaire n'en est pas le centre et de loin.

Ecricome 2005 Ex. 1 Réduction de la matrice symétrique $\begin{pmatrix} a & c & b \\ c & a+b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$ de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Deux applications dans un cas particulier.

Un exercice de révision honorable et très copieux que l'on peut faire.

Ecricome 2006 Ex. 1 Adjoint d'un endomorphisme. Étude des endomorphismes de $\mathbb{R}^3$ de matrice $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ dans la base canonique.

Un exercice d'entraînement modeste que l'on peut faire.

Ecricome 2007 Ex. 2 Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et preuve de l'inégalité $\|AB\| \leqslant \|A\|\,\|B\|$.

Un bon exercice de calcul matriciel... On peut (et on doit !) faire.

Ecricome 2008 Ex. 1 Projections orthogonales dans $\mathbb{R}^3$. Étude des endomorphismes de $\mathbb{R}^3$ ayant pour matrice $\begin{pmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{pmatrix}$ dans la base canonique.

Un petit exercice à faire dans le cadre d'une révision linéaire-bilinéaire.

Ecricome 2009 Ex. 1 Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Étude de l'endomorphisme $M \to AM - MA$ lorsque A est une matrice symétrique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Bon exercice de révision linéaire-bilinéaire.

Ecricome 2011 Ex. 1 Étude d'une base de $\mathbb{R}_n[X]$ et du produit scalaire qui rend cette base orthonormée.

Trop peu d'algèbre bilinéaire. On passe dans ce cadre.

Ecricome 2013 Ex. 1 Matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ vérifiant $A^k = {}^tA$.

Assez faible. On pourra plutôt regarder Ecricome 2000 ex 1.

Le bilinéaire à L'EDHEC depuis 1997.

Edhec 1998 PB Polynômes de Laguerre.

Un incontournable. Sans doute à faire.

Edhec 1999 PB $\displaystyle \operatorname*{Min}_{(a_0,a_1\dots,a_{n-1})\in\mathbb{R}^n} \int_0^{+\infty} \left(x^n - \sum_{k=0}^{n-1} a_k\, x^k\right)^2 e^{-x}\,\mathrm{d}x.$

Un incontournable. Sans doute à faire.

Edhec 2000 PB Existence d'une famille de cardinal maximal de vecteurs unitaires de $\mathbb{R}^3$ deux à deux distincts et d'un réel α tels que $\forall (i,j)\in [\![1,n]\!]^2,\ i\neq j \Rightarrow < u_i, u_j >= \alpha$.

Original. À faire pour chercher... un peu.

Edhec 2001 Ex 3 Étude de l'endomorphisme $(x,y,z)\to(yc-zb, za-xc, xb-ya)$ de $\mathbb{R}^3$ et de son carré.

À faire pour les débutants en algèbre bilinéaire.

Edhec 2002 PB Notion de symétrie orthogonale.

Trop peu d'algèbre bilinéaire.

Edhec 2003 Ex 3 Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

À faire pour les débutants en algèbre bilinéaire.

Edhec 2007 Ex 2 Endomorphisme symétrique d'un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ (symétrie orthogonale).

Trop peu d'algèbre bilinéaire.

Edhec 2009 Ex 3 Produit scalaire canonique de $\mathbb{R}_{2m+1}[X]$. Endomorphisme symétrique.

Trop peu d'algèbre bilinéaire.

Edhec 2010 Ex 2 Étude de l'endomorphisme $x\to\lambda < x,u > u + x$.

À faire pour les débutants en algèbre bilinéaire.

Edhec 2011 Ex 3 Le produit scalaire $(P,Q)\to\displaystyle\int_0^{+\infty} P(t)\,Q(t)\,e^{-t}\,\mathrm{d}t$ sur $\mathbb{R}_n[X]$. Construction d'une base orthonormée.

Pas mal, à faire.

Edhec 2012 Ex 3 Produit scalaire de $\mathbb{R}_2[X]$. Étude d'un endomorphisme donnant le reste d'une division euclidienne.

La partie algèbre bilinéaire est faible. On passe dans ce cadre.

Edhec 2013 Ex 3 Adjoint d'un endomorphisme d'un espace vectoriel euclidien.

Classique mais relativement faible ici.

Le bilinéaire à LYON depuis 1997.

Lyon 1997 PB 1 Le produit scalaire $(f,g) \to \displaystyle\int_0^1 f(t)\,g(t)\,\mathrm{d}t$ sur $\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$. Distance d'un élément de $\mathcal{C}([0,1],\mathbb{R})$ à $\mathbb{R}_n[X]$.

À faire pour se mettre en règle avec les projections orthogonales et les distances d'un vecteur à un sous-espace.

Lyon 1998 Construction d'une base orthogonale de $\mathbb{R}_n[X]$ pour le produit scalaire $(P,Q) \to \displaystyle\int_0^{+\infty} P(t)\,Q(t)\,e^{-t}\,\mathrm{d}t$.

Les deux premières parties sont basiques et à faire.

Lyon 1999 PB 1 Réduction d'une matrice "tridiagonale" symétrique.

Argument d'algèbre bilinéaire très ténu. On passe dans ce cadre mais cela reste un problème classique de réduction.

Lyon 2000 PB 1 Décomposition d'une matrice inversible de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sous la forme $R\,\Delta\,{}^tQ$ où Δ est diagonale et, R et Q orthogonales.

Intéressant, sans doute à faire.

Lyon 2002 PB 2 Quelques propriétés des endomorphismes antisymétriques.

Même si le concepteur nous laisse en route cela reste intéressant et sans doute à faire.

Lyon 2003 PB 2 Inverse généralisé d'un endomorphisme symétrique.

Bon exercice, sans doute à faire.

Lyon 2005 PB 2 Polynômes de Tchebychev. Construction d'une base orthogonale de $\mathbb{R}_n[X]$ pour le produit scalaire $(P,Q) \to \displaystyle\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}\,P(x)\,Q(x)\,\mathrm{d}x$.

Trop peu d'algèbre bilinéaire.

Lyon 2007 PB 2 Produit scalaire $(P,Q) \to \displaystyle\int_{-1}^1 (1-x^2)\,P(x)\,Q(x)\,\mathrm{d}x$ sur $\mathbb{R}_n[X]$. Endomorphisme $P \to \big((X^2-1)P\big)''$ de $\mathbb{R}_n[X]$.

Même si la partie II est incontournable le tout est trop léger en algèbre bilinéaire mais constitue un bon problème de révision d'algèbre.

Lyon 2008 Polynômes d'Hermite. Endomorphisme $P \to -P'' + 2XP' + P$ de $\mathbb{R}[X]$.

Classique mais intéressant. Sans doute à faire.

Lyon 2009 PB 1 Existence et valeur de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}\,\mathrm{d}x$ et applications...

Trop peu d'algèbre bilinéaire mais un produit scalaire sympa...

Lyon 2009 PB 2 Racine carrée symétrique positive d'une matrice symétrique positive de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Léger et maladroit en algèbre bilinéaire.

Lyon 2011 PB Produit scalaire $(P,Q) \to \displaystyle\int_0^{+\infty} P(x)\,Q(x)\,e^{-x}\,\mathrm{d}x$ sur $\mathbb{R}[X]$. Polynômes de Laguerre

Faire II et III pour se mettre en règle avec les polynômes de Laguerre.

Lyon 2012 PB1 Matrice symétrique positive solution d'une équation polynomiale spéciale.

Permet une bonne révision sur la réduction des matrices symétriques à coefficients réels. Sans doute à faire.

Lyon 2013 PB2 Autour des matrices de rang 1. Produit scalaire canonique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Construction d'une projection orthogonale pas rapport une droite.

La partie algèbre bilinéaire est faible. On passe dans ce cadre.

Le bilinéaire dans le TOP 3 depuis 1997.

HEC MI 2000 Optimisation sous contrainte.

Problème intéressant mais il y a mieux pour s'entraîner en algèbre bilinéaire.

HEC MI 2002 Minimax. Équilibre de Nash en théorie des jeux.

Même chose que pour 2000.

HEC MI 2003 Approximation d'un nuage de points.

Superbe problème mais difficile. À faire en s'aidant d'un corrigé pour augmenter son vécu...

HEC MI 2006 Matrice de Hilbert.

Beau problème sans doute à faire. Si l'on a peu de temps et que l'on veut surtout faire de l'algèbre bilinéaire on peut se contenter de la partie I.

HEC MI 2007 Exponentielle d'une matrice.

Problème intéressant mais léger en algèbre bilinéaire.

HEC MI 2008 Autour de la recherche du minimum d'une fonction numérique de n variables.

Problème incontournable mais l'algèbre bilinéaire n'en est pas le centre et de loin.

HEC MI 2010 Projection sur un convexe fermé.

Beau problème mais difficile. À faire en s'aidant d'un corrigé pour augmenter son vécu...

ESSEC MI 1997 Ajustement polynomiale d'un nuage de points par la méthode des moindres carrés.

Original (mais parfois maladroit) sans doute à faire.

ESSEC MI 1999 Meilleure approximation d'un endomorphisme symétrique par endomorphisme symétrique positif de rang au plus un.

Bon problème d'algèbre bilinéaire. Sans doute à faire.

ESSEC MI 2000 Minimum de la norme des polynômes unitaires de degré n à coefficients réels pour trois normes usuelles.

Seule la partie I, très classique mais pas simple, contient de l'algèbre bilinéaire et elle est sans doute à faire.

ESSEC MI 2002 Polynômes d'Hermite. Application à la recherche du minimum d'une fonction numérique de n variables.

Seule la partie I contient de l'algèbre bilinéaire. Elle est à savoir faire par cœur

ESSEC MI 2004 Étude d'une suite de vecteurs. Résolution dun problème de minimisation à l'aide des polynômes de Tchebychev. Résolution itérative d'un système linéaire.

Le texte contient une question qui semble très difficile à faire pour les élèves (dans II Q2 c) et un équivalent faux (dans III Q2 c)

La partie I est incontournable et on pourra s'en contenter.

ESSEC MI 2005 Conjuguée d'une fonction (transformée de Legendre Fenchel). Algorithme approximant le point qui réalise le maximum d'une fonction (méthode d'Usawa).

Nécessite quelques éléments du chapitre sur les fonctions de n variables. Garder ce problème pour les révisions.

ESSEC MI 2007 Ordre sur l'ensemble des matrices symétriques réelles et applications monotones sur lensemble des matrices réelles symétriques et définies positives.

Sujet qui contient plus d'analyse que d'algèbre bilinéaire. On passe dans ce cadre.

ESSEC MI 2012 Pseudo solution d'un système linéaire. Pseudo inverse de Moore Penrose d'une matrice.

Beau problème assez difficile. À faire.

ESCP MI 1997 Polynômes d'Hermite et développement en série d'Hermite.

Très classique, à faire éventuellement en utilisant la version réduite que j'ai écrite.

ESCP MI 1998 Racine carré symétrique définie positive d'une matrice symétrique définie positive.

Seule la partie III contient du bilnéaire. Elle est classique et à faire, soit en admettant les résultats de I soit en utilisant la version réduite que j'ai écrite.

ESCP MI 1999 Construction de produits scalaires sur $\mathbb{R}_n[X]$.

Atypique et pas toujours simple. À faire si l'on veut chercher...

ESCP MI 2002 Calcul d'une valeur approchée d'une intégrale à l'aide des polynômes d'interpolation de Lagrange.

Sujet qui ne contient qu'une petite trace d'algèbre bilinéaire.
